

DOI: 10.7652/xjtuxb201708001

超振荡透镜的三维全矢量电磁分析方法

刘涛, 杨树明, 蒋庄德

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了揭示超振荡透镜(SOL)亚波长聚焦本质和高分辨率成像机理,阐述了超振荡透镜的三维全矢量电磁分析方法,包括矢量电磁聚焦和矢量电磁成像两个连续物理过程。采用矢量角谱理论,计算预测超振荡透镜后多衍射光束精细干涉形成的矢量光场分布,利用等价磁偶极子矢量成像理论,定量计算探测面内像场分布。研究结果表明:三维时域有限差分法建模的严格求解结果与矢量角谱结果基本吻合;高倍、大数值孔径显微成像系统具有选择性偏振滤波成像机理,特别是可对纵向偏振分量进行抑制。该研究为超振荡透镜应用于纳米光刻、超分辨显微技术、粒子操控等领域提供了理论基础。

关键词: 超分辨;微结构;偏振;矢量衍射;二元光学

中图分类号: O436.1;O441.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)08-0001-05

Three-Dimensional Complete Vectorial Electromagnetic Analysis for Super-Oscillatory Lens

LIU Tao, YANG Shuming, JIANG Zhuangde

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A three-dimensional complete vectorial electromagnetic analysis is conducted to demonstrate the subwavelength focusing and high-resolution imaging mechanisms of super-oscillatory lens (SOL), which includes two successive physical processes, electromagnetic focusing and electromagnetic imaging. The vectorial field distribution formed by delicate interference of multi-diffraction beams from SOL is theoretically predicted and then validated by a rigorous result calculated by the three-dimensional finite-difference time-domain method. The equivalent magnetic-dipole vectorial imaging theory is applied to quantitatively evaluate the imaging field in the detection plane, and the polarization filtering transmission mechanism of a high-numerical-aperture microscopic imaging system with high magnification is revealed. This approach provides a theoretical basis for applying SOL to these fields such as nanolithography, super-resolution microscopy and particle manipulation.

Keywords: super-resolution; microstructure; polarization; vectorial diffraction; binary optics

自提出阿贝衍射分辨率极限^[1]以来,超分辨聚焦和成像问题一直是相关研究的热点和难点之一^[2]。2012年提出的超振荡透镜(SOL)本质上是

一类微结构金属膜环带片,通过多衍射光束之间的精细干涉在远场垂轴平面内实现超分辨聚焦^[3]。目前,超振荡透镜的理论设计方法包括标量角谱理

收稿日期: 2016-12-20。 作者简介: 刘涛(1984—),男,副教授;杨树明(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61505158,51575440);中国科协“青年人才托举工程”资助项目(2015QNRC001);中国博士后科学基金资助项目(2016T90909,2014M560767)。

网络出版时间: 2017-04-19 网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20170419.0844.004.html>

论^[3]、矢量角谱(VAS)理论^[4-6],以及矢量瑞利-索末菲衍射积分^[7]等。同时,超振荡透镜产生的亚波长聚焦光斑的实验探测,主要借助于高倍、大数值孔径显微成像系统间接实现^[3,7-8]。该领域存在的问题主要包括:第一,现有设计理论均对 SOL 本身利用一个非偏振标量透过率函数来物理建模,刻画光场在薄金属膜微结构内部区域的散射传输过程^[3-9],由于 SOL 的特征尺度已经降至亚波长尺度,必须考虑偏振的影响^[8],而当光束传播会聚角增至很大时,入射光的矢量性也必须考虑^[4];第二,SOL 聚焦产生的微小光斑实验探测方法主要基于相干显微成像放大法,间接探测高倍、大数值孔径显微物镜前焦面处的光场分布,而最近研究发现,矢量聚焦理论预测结果和上述实验方法所得结果并不一致^[3,8-9],其机理有待阐明。

综合分析国内外现有研究^[3-8],需要提出一种新的研究方法,在理论和实验两方面完整阐述 SOL 的超分辨聚焦和成像的本质机理^[9]。本文结合矢量角谱理论、三维时域有限差分法(FDTD)和等价磁偶极子(EMD)矢量成像理论,阐述一种适用于 SOL 的三维全矢量电磁聚焦及成像的研究方法,为进一步应用提供理论基础。

1 SOL 三维全矢量电磁物理模型

SOL 三维全矢量电磁聚焦和电磁成像物理模型如图 1 所示。SOL 由一系列同心圆环组成(可能包含数十个至数百个环带不等),是一种镀特定材料和厚度的金属膜微纳结构掩模板,同心圆环为透明(透过率设为 1)或不透明(透过率设为 0),因此亦属于一种振幅型二元光学元件。将 SOL 置于空气中(折射率 $\eta=1$)或浸入液体中(如油, $\eta=1.514$),入射激光光源可以是某种典型矢量偏振光束,如线偏振光、圆偏振光、径向或角向偏振光、随机偏振光等,矢量入射光束的振幅分布假设满足圆对称性。如图 1 所示,把激励光源面至最后探测面光场的整个传输过程划分为两个物理过程:矢量聚焦和矢量成像。SOL 后的矢量电场分布根据矢量角谱理论预测或三维 FDTD 严格计算,再通过一个高倍、大数值孔径无限远显微成像系统进行光场探测。图 1 中利用大行程压电陶瓷(PZT)纳米位移器轴向扫描显微物镜以实现任意观察平面光场的探测,其中 IS 和 OS 分别是金属膜层的内表面和外表面。

进一步,SOL 的矢量电磁聚焦过程又可以分为两个阶段:光穿过微纳结构环带或沟槽的散射传播

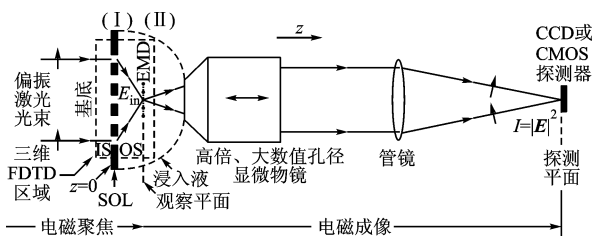


图1 超振荡透镜的电磁聚焦和电磁成像物理模型示意图

过程(区域 I)和光场在 SOL 外部均匀介质中的自由传播过程(区域 II),如图 1 所示。区域 I 和 II 整个过程可以利用三维 FDTD 算法来严格求解^[10-12],该方法本身对光波在亚波长结构中的传播过程进行了物理建模。在三维 FDTD 算法具体建模计算中,应用总场散射场(TFSF)边界和完全匹配层(PML)吸收边界条件,并选取合适的电磁材料特性参数^[10]。

当利用一个标量透过率函数 $t(r)$ 来描述光场在 SOL 微结构内部区域的传播过程后,光场在膜层外自由空间的传播过程可以利用矢量角谱理论(VAS)来计算预测。因此,利用矢量角谱理论和三维 FDTD 算法可以完整阐述图 1 所述的电磁聚焦过程及机理。在三维 FDTD 模型中,宜将 $z=0$ 的初始平面置于图 1 中的 IS 面处,由于金属膜厚度一般远大于金属的趋肤深度(可见光波段仅几纳米),研究发现这样的结果与矢量角谱理论更为吻合^[8]。

一般通过一个高倍、大数值孔径显微成像系统来间接放大探测 SOL 后最佳聚焦观察平面内的光场分布^[3],为了准确、清晰地理解这一物理过程,选用新近提出的等价磁偶极子(EMD)矢量成像理论^[13-14],来严格计算图 1 中探测面位置处的像场,当观察平面内的矢量电场 $\mathbf{E}$ 已知(根据严格电磁理论 FDTD 或 VAS 计算),根据 EMD 矢量成像理论,定量计算显微成像系统探测面内的像场分布 $I=|\mathbf{E}|^2$,如图 1 所示。

2 矢量电磁聚焦理论及方法

采用 x 方向振动的线偏振光(LP_B)沿 z 轴正方向垂直照明 SOL,如图 1 所示,在柱坐标系下,观察平面($z>0$)内任意一点 $p(r, \varphi_1, z)$ 处的电场分量,根据矢量角谱理论,可以描述为^[4,8]

$$\left. \begin{aligned} E_x(r, z) &= \int_0^\infty A_0(l) e^{j2\pi q(l)z} J_0(2\pi lr) 2\pi l dl \\ E_y(r, z) &= 0 \\ E_z(r, \varphi_1, z) &= -j \cos \varphi_1 \int_0^\infty \frac{l}{q(l)} A_0(l) e^{j2\pi q(l)z} \cdot \\ &\quad J_1(2\pi lr) 2\pi l dl \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

且

$$q(l) = \begin{cases} (1/\lambda^2 - l^2)^{1/2}, & l \leq 1/\lambda \\ j(l^2 - 1/\lambda^2)^{1/2}, & l > 1/\lambda \end{cases} \quad (2)$$

$$A_0(l) = \int_0^\infty t(r)g(r)J_0(2\pi lr)2\pi r dr \quad (3)$$

式中: l 是径向空间频率分量; $t(r)$ 是 SOL 的(非偏振)标量透过率函数^[3]; $g(r)$ 表示 SOL 孔径平面内的入射光场振幅分布,对于均匀振幅, $g(r)=1$;介质中波长 $\lambda=\lambda_0/\eta$, λ_0 是照明波长, η 是浸入介质折射率。光强分布 $I(r, \varphi_1, z)=|E_x(r, z)|^2+|E_z(r, \varphi_1, z)|^2$ 。

根据文献[3-4, 10-11]等的报道,与标量角谱理论结果^[3]相比,矢量角谱理论包含了纵向偏振分量 E_z 的贡献,而这一分量没有出现在标量理论框架^[3-4]下。因此,径向(或横向)光斑在标量理论下的圆对称性在矢量理论情形下不再成立,且在一些特定位置,当 E_z 分量显著增强时,入射光场的矢量偏振特性必须加以考虑^[8]。在文献[3]中,采用标量角谱理论来设计 SOL,使用相干激光光束照明,光场振幅和强度分别由 $U(r, z)=E_x(r, z)$ 和 $I(r, z)=|U(r, z)|^2$ 计算得到。

当沿 z 轴正向传播的(左旋)圆偏振光(CPB)垂直照明 SOL 时,根据矢量角谱理论, SOL 后的其电场分量可以积分描述为

$$\begin{bmatrix} E_x(r, z) \\ E_y(r, z) \\ E_z(r, \varphi_1, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2^{1/2}} \int_0^\infty \begin{bmatrix} J_0(2\pi lr) \\ jJ_0(2\pi lr) \\ -j\frac{l}{q(l)}e^{j\varphi_1}J_1(2\pi lr) \end{bmatrix} A_0(l)e^{j2\pi q(l)z}2\pi l dl \quad (4)$$

且 $A_0(l)$ 与式(3)一致,光强分布 $I(r, z)=2|E_x(r, z)|^2+|E_z(r, z)|^2$,与角度 φ_1 无关,满足圆对称性。对于径向偏振光、角向偏振光、随机偏振光照明 SOL 时的矢量光场分布,同样可以根据矢量角谱理论积分描述,此处从略。上述积分表达式均源自标量透过率函数 $t(r)$ 假设的基础上^[3, 6-8]得到的。

由式(1)可见,对于 x 偏振的 LPB 垂直照明 SOL,电场 $\mathbf{E}$ 的 y 偏振分量 $E_y(r, z)=0$, $E_x(r, z)$ 表示为零阶汉克尔变换的形式,与角度 φ_1 无关,纵向偏振分量 $E_z(r, \varphi_1, z)$ 是一阶汉克尔变换,是角度 φ_1 的函数。 x 偏振和 z 偏振电能密度分别由 $|E_x|^2$ 和 $|E_z|^2$ 计算得到,总电能密度(或光强) $|\mathbf{E}|^2=|E_x|^2+|E_z|^2$ 。对于径向偏振光,一般可以获得更小的径

向聚焦光斑,且沿轴($r=0$)电场分布的是纯纵向偏振态,这一特性具有重要应用,如在粒子加速、原子光学实验中^[4]。

在计算积分表达式过程中,需要执行一系列零阶和一阶汉克尔变换,因此选用适当的快速汉克尔变换算法可保证计算效率和精度^[4, 8],这也是研究方法的关键之一。

麦克斯韦方程组是支配宏观电磁现象的一组基本方程,有微分、积分两种形式。FDTD 算法是基于微分方程形式提出的,是矢量电磁场的数值解法,对麦克斯韦旋度方程进行差分离散近似后得到,是目前电磁场边界值问题求解使用最为广泛的方法^[12]。给定相应电磁场问题的初值, FDTD 算法可以逐步推进求得任意时刻、各个空间点的电磁场分布,特别是在纳米光子学、微纳光学等领域具有广泛应用。FDTD 算法需要截取有限三维区域进行迭代求解,一般应用 PML 吸收边界条件至 FDTD 算法所有边界,如果激励光源是 x 偏振的 LPB,那么在 x 和 y 方向分别应用反对称和对称边界条件,可以显著降低计算存储空间,对于 CPB,可以由两次振动方向相互垂直的 LPB 计算合成。

3 EMD 矢量电磁成像方法

等价磁偶极子(EMD)矢量成像理论的本质是,在空间平移不变性的假设前提下,将探测面内的电磁场分解为 EMD 波的相干叠加^[13-14]。对于显微物镜前焦点附近任意一点 $\mathbf{r}_p(x_p, y_p, z_p)$ 、离轴 EMD 的矩为 $\mathbf{n} \times \mathbf{p}$, $\mathbf{n}$ 是法向量,探测面内点 $\mathbf{r}_d$ 的电场分布可以表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_d; \mathbf{r}_p) = \mathbf{E}_{on}(\mathbf{n} \times \mathbf{p}, \mathbf{r}_d + \beta \mathbf{q}) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{q}=(x_p, y_p, 0)$; β 是显微成像系统有效横向放大倍数; $\mathbf{r}_d(x_d, y_d, z_d)$ 表示探测平面内的位置矢量; $\mathbf{E}_{on}$ 表示沿轴 EMD($x_p=y_p=0$)对应的探测面内的电场分布,可利用矢量德拜-沃尔夫衍射积分计算^[13-14]。式(5)可以进一步表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_d; \mathbf{r}_p) = \mathbf{E}(\rho, \varphi_2) = \frac{j k f_2}{2} \begin{bmatrix} p_x(I_0 + I_2 \cos 2\varphi_2) + p_y I_2 \sin 2\varphi_2 \\ p_y(I_0 - I_2 \cos 2\varphi_2) + p_x I_2 \sin 2\varphi_2 \\ 2j(p_x I_1 \cos \varphi_2 + p_y I_1 \sin \varphi_2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $\rho \cos \varphi_2 = x_d + \beta x_p$; $\rho \sin \varphi_2 = y_d + \beta y_p$; f_2 是管镜焦距;波数 $k=2\pi/\lambda$ 。 $\mathbf{p}=\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{in}=(-E_{in,y}, E_{in,x}, 0)$,则 $p_x=-E_{in,y}$, $p_y=E_{in,x}$, $\mathbf{E}_{in}(E_{in,x}, E_{in,y}, E_{in,z})$ 是由 FDTD 算法或矢量角谱理论计算得到的观察平面内的电场分布,且积分 I_0, I_1, I_2 的表达式为

$$I_0(\rho) = \int_0^{a_2} \left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \right)^{1/2} \sin\theta_2 (\cos\theta_1 + \cos\theta_2) \cdot$$
$$J_0(k\rho\sin\theta_2) e^{jk(z_d\cos\theta_2 - z_p\cos\theta_1)} d\theta_2$$
$$I_1(\rho) = \int_0^{a_2} \left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \right)^{1/2} \sin^2\theta_2 J_1(k\rho\sin\theta_2) \cdot$$
$$e^{jk(z_d\cos\theta_2 - z_p\cos\theta_1)} d\theta_2$$
$$I_2(\rho) = \int_0^{a_2} \left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \right)^{1/2} \sin\theta_2 (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \cdot$$
$$J_2(k\rho\sin\theta_2) e^{jk(z_d\cos\theta_2 - z_p\cos\theta_1)} d\theta_2$$

(7)

式中： $\eta\sin\theta_1=\beta\sin\theta_2$ ，则对于最大会聚半角有 $\eta\sin\alpha_1=\beta\sin\alpha_2$ ($\sin\alpha_2$ 是管镜的数值孔径)，所用显微物镜的数值孔径为 $\eta\sin\alpha_1$ 。

探测面内总的电场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_d)$ 是观察平面内所有 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_d;\boldsymbol{r}_p)$ 的相干叠加^[13-14]，积分表示为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_d) = \frac{jk}{2\pi\omega} \iint_{S_0} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_d;\boldsymbol{r}_p) dS$$

(8)

式中： S_0 代表观察平面积分范围。强度分布由 $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r}_d)=|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_d)|^2$ 求得。在实际计算过程中，要截取有限空间离散 EMD 阵列，为了快速求解，先计算 I_0 、 I_1 、 I_2 积分查找表，预先存储反复使用的积分结果，接着执行一系列卷积运算即可。

4 实 例

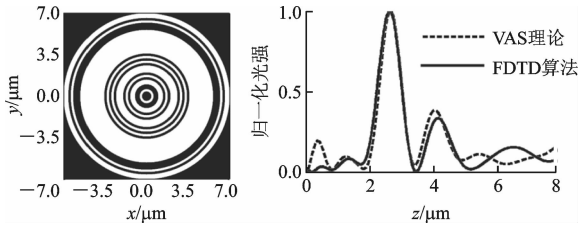
给出两个超振荡透镜样品^[8-9]，见表 1，研究其矢量聚焦光场及远场电磁显微成像结果， N 是环带数(0、1 编码长度)， Δr 是最小径向环带的宽度， D 是直径。照明波长为 640 nm，选用 100 nm 厚金属铝膜。为了精确表示微结构各环透过率，表 1 中的透过率编码按照从最内环至最外环连续 4 个二进制码转换为一个十六进制码表示，不够 4 位的最后补零，因此 SOL₁ 的最后 3 个环的透过率为“011”。

表 1 超振荡透镜结构参数

编号	光束	介质	N	$t_{1\sim N}$	Δr / μm	D / μm
OL ₁	CPB	空气	35	26BABFF16	0.2	14
SOL ₂	LPB	油	100	AA014F85F91BCC3 00C1CE9AAC	0.2	40

SOL₁ 直径为 14 μm ，包含 9 个透光环带，置于空气中，采用圆偏振光垂直照射，其结果见图 2a，VAS 理论和三维 FDTD 算法计算结果沿轴归一化强度分布比较如图 2b 所示。由图可见，VAS 理论和 FDTD 算法严格计算结果基本吻合，而在主焦点

两侧以及近场区可能存在显著差异，一个原因是纵向偏振分量的增强，因此在具体使用 SOL 进行超分辨聚焦设计时，需要特别关注可能出现的偏差。



(a) SOL₁ 结构 (b) 轴向光强分布
图 2 SOL₁ 结构及对应的沿轴归一化强度分布对比

为了进一步揭示文献[3]报道中理论和实验的内在机理，将该文献中的超振荡透镜记为 SOL₂ 进行研究(见表 1)，SOL₂ 的直径为 40 μm ，包含 25 个透光环带，采用沿 x 方向振动的线偏振光垂直照明，SOL₂ 的结构(III)和最佳观察平面的强度分布如图 3 所示。其中 I、II 是 VAS 理论的计算结果，IV 和 V 由三维 FDTD 算法的计算结果，VI 是 EMD 矢量成像理论的计算结果，II、V、VI 是总强度分布。可见 FDTD 算法和 VAS 理论计算结果基本吻合， $|E_x|^2$ 分量显示出轻微的失对称性。标量角谱理论给出的结果与图 3 中 IV 相同，矢量和标量角谱理论所得结果存在显著差别(由于是大数值孔径)，而最后成像面探测结果却与简化的标量理论结果一致，内在机理需要揭示。通过对系统成像过程分析(见图 1)，其原因是高倍、大数值孔径显微成像系统是一个偏振滤波传输系统，特别对纵向偏振分量进行极大抑制，仅传输径向偏振分量。这一解释可以进一步根据式(7)进行说明，由于一般管镜的数值孔径很小(<0.1)，因此 I_1 、 I_2 几乎为 0，主要影响因素是 I_0 ，再结合式(6)可知，纵向偏振分量几乎消失，这样文献[3]报道的结论得到了清晰的解释。

研究发现，当 x 偏振 LPB 照明时，FDTD 算法

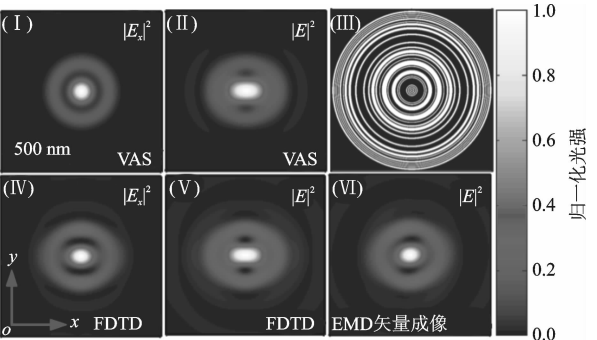


图 3 SOL₂ 结构和对应的最佳焦平面内的光强分布比较

计算结果中包含微弱的 E_y 分量,而在 VAS 理论计算中该分量为 0。这是由于采用标量函数 $t(r)$ 来近似 SOL 的振幅透过率, SOL 出射表面处出现了 E_y 电场分量,在之后的自由空间传播过程中必然包含该分量。

5 结 论

本文阐述了超振荡透镜的三维全矢量电磁分析模型,包括矢量电磁聚焦和电磁成像两个基本物理过程。矢量聚焦过程采用 VAS 理论和三维 FDTD 算法进行求解分析,矢量成像过程选用等价磁偶极子矢量成像理论进行定量求解。超振荡透镜的矢量角谱理论预测一般与三维 FDTD 算法计算结果严格吻合,但在特定区域可能出现差异,部分原因是纵向偏振分量的增强。高倍、大数值孔径显微成像系统是一个偏振滤波光场传输系统,对纵向偏振分量进行了极大抑制,不能反映超振荡透镜聚焦光斑的真实三维形貌分布。上述机理的揭示为 SOL 的进一步应用提供了理论基础。

参考文献:

- [1] ABBE E. Beiträge zur theorie des mikroskops und der mikroskopischen wahrnehmung [J]. Archiv For Mikroskopische Anatomie, 1873, 9(1): 413-418.
- [2] HELL S W. Far-field optical nanoscopy [J]. Science, 2007, 316(1153): 1153-1159.
- [3] ROGERS E T F, LINDBERG J, ROY T, et al. A super-oscillatory lens optical microscope for subwavelength imaging [J]. Nature Materials, 2012, 11(5): 432-435.
- [4] LIU Tao, TAN Jiubin, LIU Jian, et al. Vectorial design of super-oscillatory lens [J]. Optics Express, 2013, 21(13): 15090-15101.
- [5] LIU Tao, TAN Jiubin, LIU Jian, et al. Modulation of a super-Gaussian optical needle by high-NA Fresnel zone plate [J]. Optics Letters, 2013, 38(15): 2742-2745.
- [6] YU Anping, CHEN Gang, ZHANG Zhihai, et al. Creation of sub-diffraction longitudinally polarized spot

by focusing radially polarized light with binary phase lens [J]. Scientific Reports, 2016, 6: 38859.

- [7] YUAN G, ROGERS E T F, ROY T, et al. Planar super-oscillatory lens for subdiffraction optical needles at violet wavelengths [J]. Scientific Reports, 2014, 4, 6333.
- [8] LIU Tao, WANG Tong, YANG Shuming, et al. Rigorous electromagnetic test of super-oscillatory lens [J]. Optics Express, 2015, 23(25): 32139-32148.
- [9] LIU Tao, YANG Shuming, JIANG Zhuangde. Electromagnetic exploration of far-field super-focusing nanostructured metasurfaces [J]. Optics Express, 2016, 24(15): 16297-16308.
- [10] TALFLOVE A, HAGNESS S C. Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method [M]. 3rd ed. Boston, USA: Artech House, 2005: 1-16.
- [11] 赵煦, 孟永鹏, 成永红, 等. 变压器绕组对局部放电电磁波传播特性的影响 [J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(4): 6-11.
ZHAO Xu, MENG Yongpeng, CHENG Yonghong, et al. Simulation analysis of effects of transformer windings on propagation characteristics of partial discharge electromagnetic waves [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(04): 6-11.
- [12] 邵亚军, 何文林, 刘石, 等. 电力设备局部放电特高频电磁波数值计算技术研究 [J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(12): 24-31.
SHAO Xianjun, HE Wenlin, LIU Shi, et al. Numerical research on electromagnetic wave in ultra-high frequency band excited by partial discharge in electrical equipment [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(12): 24-31.
- [13] MUNRO P R T, TÖRÖK P. Calculation of the imaging of an arbitrary vectorial electromagnetic field [J]. Optics Express, 2007, 15(15): 9293-9307.
- [14] FOREMAN M R, TÖRÖK P. Computational methods in vectorial imaging [J]. Journal of Modern Optics, 2011, 5: 339-364.

(编辑 杜秀杰)